



การสอบแข่งขันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์โอลิมปิกแห่งประเทศไทย

ประจำปี พ.ศ. 2550 (สอบแข่งขันรอบที่ 2)

ข้อสอบวิชา ฟิสิกส์ (ภาคทฤษฎี)

สอบวันเสาร์ที่ 25 สิงหาคม 2550 เวลา 09.00 – 12.00 น.

คำสั่ง - ข้อสอบมี 7 ข้อ ให้เขียนสรุปคำตอบลงในกระดาษสรุปคำตอบที่ให้มา

และแสดงวิธีทำโดยละเอียดในกระดาษเขียนตอบ

คะแนนเต็ม 70 คะแนน

เมื่อสอบเสร็จแล้วให้นักเรียนนำข้อสอบติดตัวออกไปได้

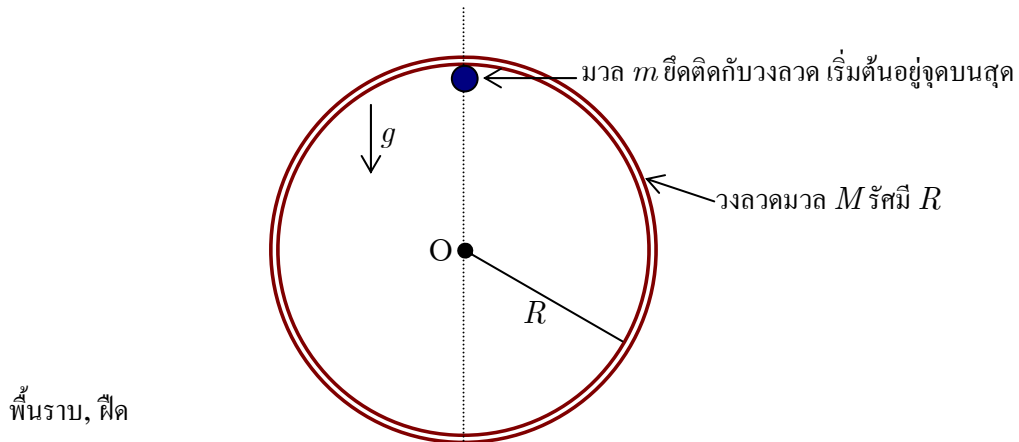
กำหนดให้

1. ค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงที่ผิวโลก ถ้าหากต้องแทนค่าด้วยตัวเลขให้ใช้ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ (ห้ามใช้ 10 m/s^2 อย่างเด็ดขาด)
2. ค่า π ควรคิดไว้ในรูปตัว π แต่ถ้าต้องใช้ค่าตัวเลขให้ใช้ $\pi = 3.14159\dots$ (ห้ามใช้ $\frac{22}{7}$ อย่างเด็ดขาด)
3. ค่า ϵ_0 ในกฎของคูลอมบ์ให้คิดไว้ในรูปตัว ϵ_0 ค่า ϵ_0 ถูกจำกัดความให้มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{\mu_0 c^2}$ ซึ่ง $\mu_0 \equiv 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ และ $c \equiv 299792458 \text{ ms}^{-1}$ ดังนั้น $\epsilon_0 \approx (8.854\dots) \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$
4. กฎของคูลอมบ์ควรเขียนในรูป $f = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$ สำหรับแรงระหว่างจุดประจุ q_1, q_2
5. $a \sin \omega t + b \cos \omega t = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \left\{ \omega t + \arctan \left(\frac{b}{a} \right) \right\}$
6. ฟังก์ชันไซน์ $\sin(\omega t + \phi)$ มีมุมเฟสหน้าหน้าฟังก์ชัน $\sin \omega t$ อยู่ ϕ เรเดียน (หรือจะใช้เป็นองศาก็ได้)

คำแนะนำ

1. ทำทุกข้อ แสดงวิธีทำโดยละเอียดในกระดาษเขียนตอบและตอบตามลำดับข้อย่อยที่ถาม
2. เมื่อเริ่มข้อ(ใหญ่)ใหม่ ให้ขึ้นกระดาษแผ่นใหม่ด้วย และใช้กระดาษเพียงหน้าเดียวเท่านั้น
3. ลอกคำตอบใส่ลงในกระดาษสรุปคำตอบที่ให้มา
4. อ่านที่กำหนดให้ก่อนลงมืออ่านโจทย์

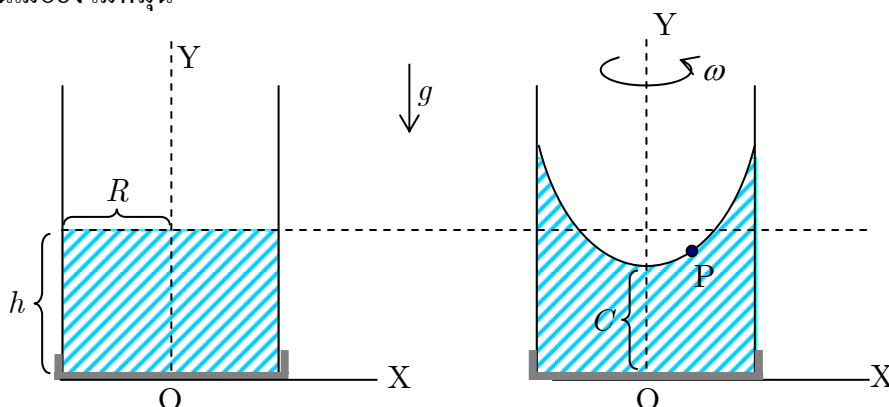
ข้อ 1. ลวดมวล M โค้งเป็นรูปวงกลมรัศมี R สามารถกลิ้งได้โดยไม่ไถลบนพื้นราบซึ่งฝืด ระยะเวลาของลวดอยู่ในระนาบตั้งตลอดเวลา มวล m ถูกตรึงติดกับขอบลวดวงกลม แรกทีเดียวทั้ง M และ m อยู่นิ่ง โดย m อยู่ที่จุดบนสุด แล้วเริ่มปล่อยให้ m กลิ้งจากหยุดนิ่งโดยจัดให้ m เยื้องไปทางขวาของแนวตั้งเล็กน้อย



ต่อมา เมื่อเวลาผ่านไป t นับจากเริ่มกลิ้ง แนวของ O_m จะทำมุมกับแนวตั้งเท่ากับ θ และจุด O มีความเร็วไปทางขวามือเท่ากับ V จงหา:

- พลังงานจลน์ของ M ในรูปของ M, V
- พลังงานจลน์ของ m ในรูปของ m, V, θ
- ค่าของ V ในรูปของ M, m, g, R, θ
- เมื่อ m ลงมาถึงจุดต่ำสุด ขนาดของความเร็วของ O เป็นเท่าใด

ข้อ 2. ในข้อสอบชิงทุนไปต่างประเทศประจำปี 2549 ผู้ออกข้อสอบได้ออกข้อสอบผิด ๆ ด้วยความเข้าใจว่าผิวน้ำในภาชนะทรงกระบอกรัศมี R ที่กำลังหมุนรอบแกนตั้งของภาชนะเองด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω นั้น เป็นผิวราบเหมือนเมื่อยังไม่หมุน



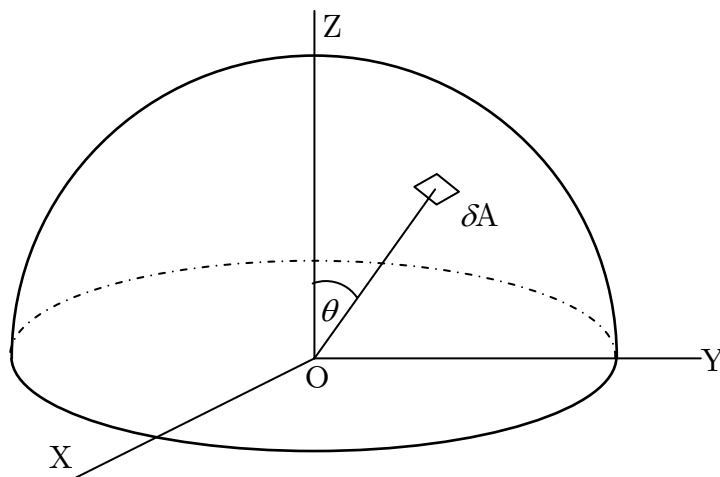
รูป ก. เมื่อยังไม่หมุน

รูป ข. ภาชนะและน้ำกำลังหมุน
ผิวน้ำมีภาคตัดขวางเป็นรูปพาราโบลา

จงวิเคราะห์รูป ก. และ ข. ด้วยหลักการที่ถูกต้อง เพื่อหา:

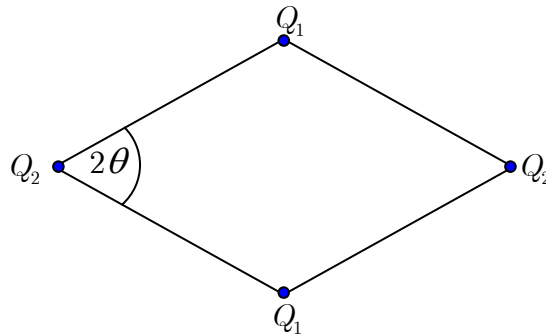
- เส้นสัมผัสผิวน้ำในระนาบตั้งที่จุด P ที่ตำแหน่ง (x, y) ใดๆ ทำมุม θ กับแกน OX จงหาค่าของ $\tan \theta$ ในรูปของ ω, g, x
- เราสามารถแสดงได้ว่ากราฟของผิวน้ำในระนาบตั้งบรรยายได้ด้วยฟังก์ชัน $y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่สำหรับพาราโบลาแต่ละอัน
โมเมนต์ความเฉื่อยของน้ำรอบแกน OY ในรูป ก. กับ ข. ค่าในรูปใดมีค่าโตกว่า ให้เหตุผลเป็นคำพูดสั้น ๆ
- ปริมาตรของน้ำในรูป ข. มีค่า $V = \frac{\pi\omega^2}{4g}R^4 + \pi R^2C$ จงหาค่าของ C ในรูปของ h, R, g, ω
- อัตราเร็วเชิงมุม ω ต้องมีค่าอย่างน้อยเท่าใดจึงจะทำให้ไม่มีน้ำที่จุด O
- ที่อัตราเร็วในข้อ d. นั้นน้ำได้ขอบภาชนะขึ้นไปสูงเท่าใดวัดจากก้นภาชนะ (ไม่ต้องคำนึงถึงแรงตึงผิวของน้ำ) ตอบในรูปของ h

ข้อ 3. บนผิวบาง ๆ รูปครึ่งทรงกลมรัศมี R ศูนย์กลางอยู่ที่จุด O มีประจุบวก Q กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ ส่วนที่จุด O เองมีประจุบวก q อยู่ จงวิเคราะห์หาค่าตอบโดยใช้ประโยชน์จากความสมมาตรของรูป ไม่จำเป็นต้องใช้แคลคูลัสเลย



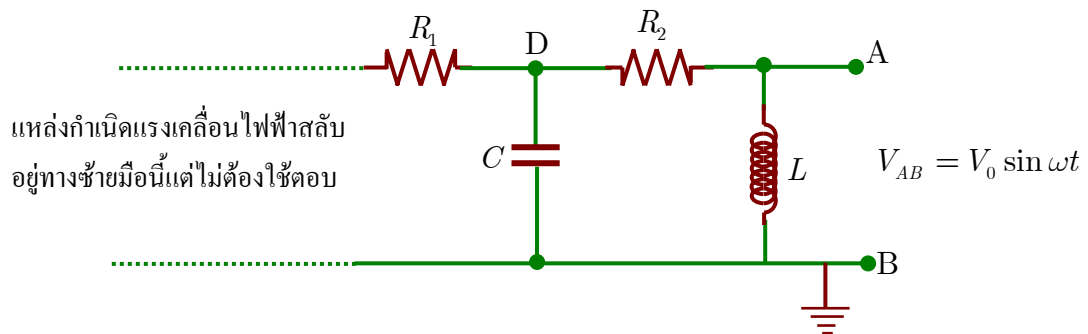
- $\sigma \equiv$ ความหนาแน่นของประจุนผิวครึ่งทรงกลมมีค่าเท่าใดในรูปของ Q, R
- แรงผลักที่ประจุนผิวเล็กๆ δA กระทำต่อ q ในแนว ZO มีค่าเท่าใดในรูปของ $\sigma, q, \epsilon_0, \delta A, R, \theta$
- แรงลัพธ์ที่ Q กระทำต่อ q มีค่าเป็นเท่าใด ในรูปของ Q, q, ϵ_0, R
- จากผลในข้อ c. นั้น ถ้าเราถือว่าแรงผลักลัพธ์เป็นเสมือนที่เกิดจากจุดประจุ q กับจุดประจุ Q อยู่ห่างกัน D ละก็ ค่าของ D เป็นเท่าใดในรูปของ R

ข้อ 4. ก้อนประจุบวกสองคู่คือ Q_1, Q_1, Q_2, Q_2 เชื่อมไว้ด้วยกันด้วยเชือกขนานเบาๆ ยาวเท่ากันทั้งสี่เส้น ทั้งระบบวางอยู่บนผิวฉนวนราบลื่น จงวิเคราะห์เพื่อหา:



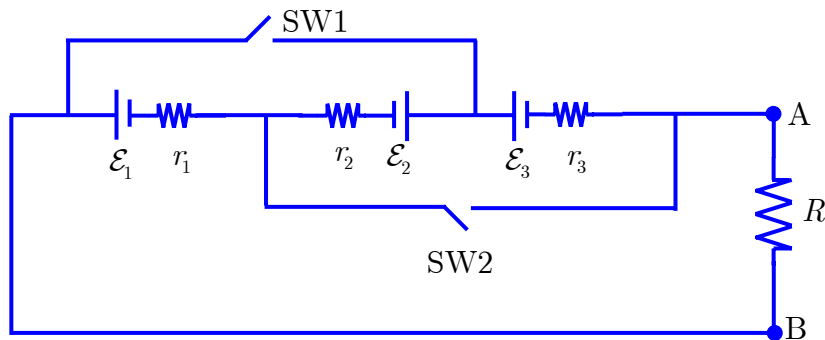
- ค่าของมุม θ ในรูปของอัตราส่วน $\frac{Q_1}{Q_2}$
- จงใช้ผลในข้อ a. คำนวณหาค่าของมุม θ เป็นองศาเมื่อ $\frac{Q_1}{Q_2} \equiv \frac{1}{8}$

ข้อ 5. จงวิเคราะห์เพื่อหา:



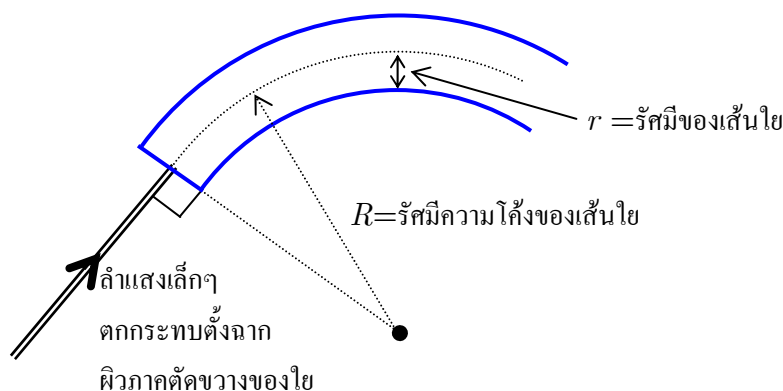
- กระแสสลับที่ช่วงเวลา t ใดๆ ที่ไหลผ่านตัว L ในรูปของค่า V_0, ω, L และ t
- ศักย์ไฟฟ้าสลับที่ช่วงเวลา t ใดๆ ที่จุด D
- กระแสที่ช่วงเวลา t ใดๆ ที่ไหลผ่าน C
- กระแสที่ช่วงเวลา t ใดๆ ที่ไหลผ่าน R_1
- ถ้า $R_2 = 0$ คำตอบของข้อ d. จะกลายเป็นเท่าใด

ข้อ 6. จงวิเคราะห์วงจรนี้เพื่อหา:



- เมื่อสับสวิตช์ SW1 ลงเพียงตัวเดียว กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน R เป็นเท่าใด
- เมื่อสับสวิตช์ SW2 ลงเพียงตัวเดียว กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน SW2 เป็นเท่าใด
- เมื่อสับสวิตช์ทั้งสองลง กระแสไฟฟ้าไหลผ่าน R เป็นเท่าใด
- ถ้ากำหนดว่า $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 \equiv \mathcal{E}$ และ $r_1 = r_2 = r_3 \equiv r$ เมื่อสับสวิตช์ทั้งคู่ลง กระแสที่ไหลผ่าน R จะมีค่าเป็นเท่าใด ในรูปของ \mathcal{E}, R, r

ข้อ 7. ก. แก้วฉนวนหุ้มเหล็ก μ ทำเป็นเส้นใยรัศมี r เมื่อโค้งเป็นแนววงกลมรัศมี R ดังรูป แล้วฉายแสงลำเล็กๆ เข้าไปดังในรูป จงหาเงื่อนไขที่แสงจะเคลื่อนที่ไปในเส้นใยได้ตลอดโดยไม่ทะลุผิวด้านข้างของเส้นใย ออกมาว่าความสัมพันธ์ระหว่าง R, r, μ จะต้องเป็นอย่างไร



- ในข้อสอบชิงทุนไปต่างประเทศประจำปี 2549 ผู้ออกข้อสอบได้ออกข้อสอบผิด ๆ ดังนี้:
 “.....การขยายตัวของก๊าซ 1 โมล เมื่อเริ่มต้นมีความดัน 2000 พาสคาล ปริมาตร 0.2 ลูกบาศก์เมตรและอุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส.....” (โจทย์กำหนดให้ด้วยว่าค่าคงที่ของก๊าซ $R = 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mole.K}}$)
 จงวิเคราะห์ให้เห็นได้ชัดเจนว่าโจทย์นั้นให้ข้อมูลผิดอย่างไร ทั้งนี้ให้ถือว่าก๊าซนั้นเป็นก๊าซอุดมคติ