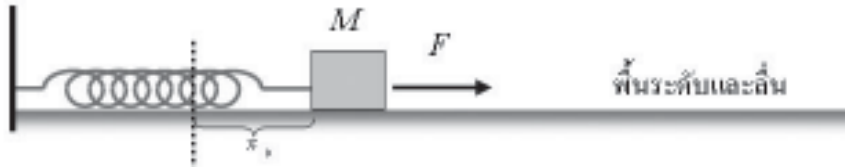


ตัวอย่างข้อสอบ

การแข่งขันคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์โอลิมปิกแห่งประเทศไทย

สำหรับการสอบแข่งขัน รอบที่ 1 ข้อสอบในรอบนี้ขอบเขตเนื้อหาจะอยู่ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ข้อ 1. มื่อดึงด้วยแรง F ทำให้มวล M อยู่ห่างจากตำแหน่งสมดุลเท่ากับ x_0 หลังปล่อยมือ สปริงจะดึงมวลกลับให้ม็อัตราเร็วสูงสุดเท่าใด



เฉลย

แรงที่ทำให้สปริงยืด $F = kx$

โดย F คือ ขนาดของแรงดึง

x คือ ระยะที่สปริงยืดออก

เพราะฉะนั้นจะได้ค่าคงที่สปริง

$$k = \frac{F}{x_0} \quad \dots\dots\dots(1)$$

เริ่มต้นวัตถุมีพลังงานศักย์ในสปริงขณะยืด x_0 ก็คือ

$$E_p = \frac{1}{2} kx_0^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แทนค่า จากสมการที่ 1 ลงในสมการที่ 2

จะได้

$$E_p = \frac{1}{2} Fx_0$$

เมื่อเอาแรงดึง F ออก มวล M มีอัตราเร็วสูงสุด v จะมีการเปลี่ยนพลังงานศักย์ยืดหยุ่นทั้งหมดไปเป็นพลังงานจลน์

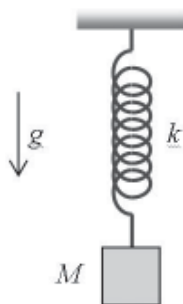
จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Mv^2 &= \frac{1}{2} Fx_0 \\ v &= \sqrt{\frac{Fx_0}{M}} \end{aligned}$$

ตอบ

ข้อ 2. จับมวล M ไว้ให้สปริงอยู่ในสภาวะไม่ยืดไม่หดแล้วปล่อยทันที สปริงจะยืดจากเดิมมากที่สุดเท่าใด ตอบในรูปของ M, g, k ซึ่ง k เป็นค่าคงที่ของสปริง



เฉลย

เมื่อปล่อยมือจากมวล M มวล M จะตกลงจนถึงจุดต่ำสุดซึ่งต่ำกว่าจุดปล่อยเท่ากับ x

พลังงานศักย์ในสปริงที่จุดต่ำสุดคือ $\frac{1}{2} kx^2$ นี้มาจากพลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ลดลงของมวล M ซึ่งเท่ากับ Mgx

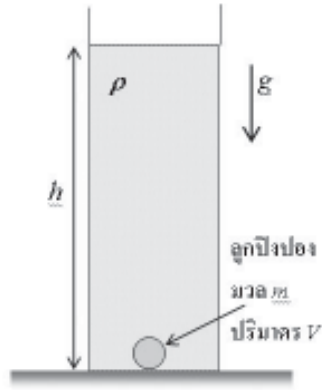
จากกฎการอนุรักษ์พลังงานกล

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} kx^2 &= Mgx \\ x &= \frac{2Mg}{k} \end{aligned}$$

ตอบ

ข้อ 3. ปล่อยลูกปิงปองมวล m ปริมาตร V จากหยุดนิ่งที่ก้นถังน้ำลึก h ลูกปิงปองจะมีความเร็วเท่าใดเมื่อถึงผิวน้ำซึ่งมีความหนาแน่นคงที่ ρ ตอบในรูป m, V, h, ρ, g ทั้งนี้ไม่ต้องคำนึงถึงแรงต้านจากน้ำ



เฉลย จากการปล่อยลูกปิงปองจากจุดหยุดนิ่งที่ก้นถัง แรงลัพธ์ที่กระทำกับลูกปิงปองคือ

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{net}} &= m\vec{a} \\ \rho Vg - mg &= ma \\ a &= \frac{\rho Vg - mg}{m} \end{aligned} \quad \text{.....(1)}$$

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน ขณะลูกปิงปองเคลื่อนที่ขึ้นได้สูง h ลูกปิงปองจะเปลี่ยนพลังงานจลน์ไปเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วงทั้งหมด ซึ่งก็คือ

$$E_k = E_p \quad \text{.....(2)}$$

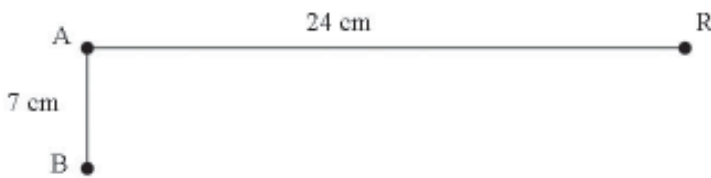
แต่ลูกปิงปองเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง ดังนั้นพลังงานศักย์ของลูกปิงปองคือ

$$\frac{1}{2} mv^2 = mah$$

แทนค่า a ในสมการ 1 ลงในสมการ 2 จะได้

$$\begin{aligned} v^2 &= 2 \left[\frac{\rho Vg - mg}{m} \right] h \\ v &= \sqrt{2gh \left[\frac{\rho V - m}{m} \right]} = \sqrt{2gh \left[\frac{\rho V}{m} - 1 \right]} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ข้อ 4. A กับ B เป็นแหล่งกำเนิดอาพันธ์ของคลื่นอัลตราโซนิกที่ปรับความถี่ได้ R เป็นตัวรับสัญญาณ จงหาค่าความถี่ต่ำที่สุดที่ทำให้ R ได้รับสัญญาณเสริมกันแรงที่สุด (ให้อัตราเร็วเสียงในอากาศ = 350 m/s)



เฉลย จาก A กับ B เป็นแหล่งกำเนิดอาพันธ์ของคลื่นอัลตราโซนิก และ R ได้รับสัญญาณเสริมกันแรงที่สุดนั่นก็คือคลื่นอัลตราโซนิกตำแหน่ง A กับ B เป็นแหล่งกำเนิดคลื่นที่มีความถี่เท่ากันเฟสตรงกัน และมีการแทรกสอดแบบเสริมกัน

จากการแทรกสอดแบบเสริมกันของแหล่งกำเนิดอาพันธ์

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } |BR - AR| &= n\lambda \quad \text{.....(1)} \\ AR &= 24 \text{ cm} \\ BR &= \sqrt{AR^2 - AB^2} = \sqrt{(24\text{cm})^2 + (7)^2} = \sqrt{625 \text{ cm}^2} = 25 \text{ cm} \end{aligned}$$

แทนค่า AR และ BR ลงในสมการ 1

$$\text{จะได้ } (25 - 24) = n\lambda$$

ดังนั้น ตำแหน่งสัญญาณเสริมกันแรงที่สุดที่ R ถ้า $\lambda = 1 \text{ cm}$

เมื่อเราทราบ λ ก็สามารถหาความถี่ต่ำที่สุดที่ทำให้ตำแหน่งสัญญาณเสริมกันแรงที่สุด

$$\text{ได้จาก } f = \frac{v}{\lambda}$$

$$v = 350 \text{ m/s} \text{ และ } \lambda = 1 \text{ cm}$$

$$f = \frac{350\text{m/s}}{1 \times 10^{-2}\text{m}} = 35000 \text{ s}^{-1} = 35 \text{ kHz} \quad \text{ตอบ}$$

